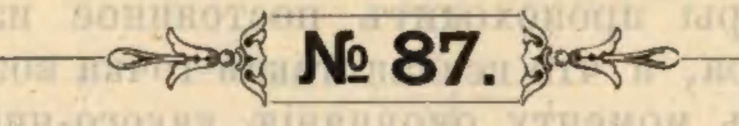
ВѢСТНИКЪ
ОПЫТНОЙ ФИЗИКИ
и
ЭЛЕМЕНТАРНОЙ МАТЕМАТИКИ.


№ 87.

VIII Сем. 5 Февраля 1890 г. № 3.

О ГАЗООБРАЗНОМЪ И ЖИДКОМЪ

состоянiи тѣлъ.

(*Окончанiе*) *).

Обратимся теперь къ **поверхностному натяженiю.**

Обозначая его чрезъ S, мы будемъ имѣть, согласно съ предыдущимъ опредѣленiемъ

$$S=\frac{H}{2}.$$

Первый вопросъ который представляется, заключается въ томъ, какъ измѣняется поверхностное натяженiе S съ температурой. Поверхностное натяженiе, т. е. та сила, которая, дѣйствуя на единицу длины, стремится растянуть поверхность жидкости, представляетъ собою весьма обстоятельнымъ образомъ изслѣдованный физическiй элементъ, а потому и для вывода закона измѣняемости его съ температурой имѣется богатый матерiалъ.

Оставляя въ сторонѣ цѣлый рядъ предыдущихъ работъ, упомянемъ только о послѣднихъ изслѣдованiяхъ Timberg'a **), который изучалъ по тремъ различнымъ способамъ ходъ измѣняемости поверхностнаго натяженiя различныхъ жидкостей съ температурой. Главный результатъ этой новѣйшей, обстоятельнымъ образомъ веденной, работы, произведенной частью въ Гейдельбергѣ подъ руководствомъ самаго Quincke, извѣстнаго спецiалиста въ этой области физики, заключается въ томъ, что поверхностное натяженiе различныхъ жидкостей уменьшается съ возвышенiемъ температуры, въ которыхъ наблюденiя производились, пропорцiонально послѣдней. Этотъ-же результатъ подтверждается также весьма многочисленными наблюденiями de Heen'a **), но по отношенiю къ растворамъ различныхъ солей и къ самой водѣ законъ этотъ оказывается неспра-

---

*) См. „Вѣстникъ" №№ 65, 67, 69, 71, 74, 76, 80 и 86.

*) Wied. Ann. 30. p. 545. 1887.

**) Essai de physique comparée. Bruxelles. 1883. p. 104.

ведливымъ; при этомъ однако выяснилось другое весьма любопытное обстоятельство.

Принимая за абсциссы температуры, а за ординаты соотвѣтствующія высоты подъема жидкостей (растворовъ) въ капиллярныхъ трубкахъ, de Heen получилъ кривыя, имѣющія вообще нѣсколько точекъ возврата или перегиба. Изъ этого de Heen заключаетъ, что съ постепеннымъ возвышеніемъ температуры происходитъ постоянное измѣненіе молекулярнаго строенія раствора, и что всякая такая точка возврата или перегиба кривой соотвѣтствуетъ моменту окончанія какого-нибудь процесса диссоціаціи. Въ этотъ моментъ растворенное тѣло должно имѣть нѣкоторый вполнѣ опредѣленный молекулярный составъ, съ дальнѣйшимъ-же возвышеніемъ температуры начинаются опять новые процессы диссоціаціи, и мы будемъ имѣть въ растворѣ, вмѣсто какого-нибудь вполнѣ опредѣленнаго тѣла, только аггрегатъ частицъ различнаго молекулярнаго строенія. Всѣ особенныя точки кривой соотвѣтствуютъ, такимъ образомъ, нѣкоторымъ вполнѣ опредѣленнымъ гидратамъ, существованіе которыхъ было доказано и другими изслѣдованіями, напримѣръ наблюденіями Wüllner'а надъ упругостью насыщенныхъ паровъ растворовъ. Но такъ какъ ничто не заставляетъ насъ принимать á priori, что диссоціація растворовъ совершается пропорціонально температурѣ, то мы и не имѣемъ никакого основанія предполагать, что поверхностное натяженіе будетъ теперь также, какъ и въ предыдущемъ случаѣ, выражаться простою линейною функціею температуры.

Замѣчательнѣе всего то, что подобный аномальный ходъ поверхностнаго натяженія съ температурой встрѣчается и у воды. Изъ этого слѣдовало бы заключить, что вода имѣетъ аналогичное строеніе съ растворами и что она имѣетъ способность входить въ соединеніе сама съ собою, образуя такимъ образомъ нѣкоторыя устойчивыя соединенія. Такія соединенія должны-бы были встрѣтиться приблизительно при слѣдующихъ температурахъ: 20°, 37°, 51° и 71° по Цельзію.

Но если мы оставимъ въ сторонѣ воду и растворы, то мы можемъ принять съ достаточною точностью, что поверхностное натяженіе измѣняется пропорціонально температурѣ. Посмотримъ-же теперь, какимъ именно образомъ можно обосновать этотъ законъ, исходя изъ теоретическихъ соображеній *).

Обозначимъ среднее разстояніе молекулъ вблизи поверхности жидкости при температурѣ t чрезъ r. Пусть на единицѣ длины расположены N молекулъ. Тогда очевидно

$$Nr=1.$$

Принимая, что молекулы притягиваются обратно пропорціонально n-ой степени ихъ относительнаго разстоянія, мы можемъ, обозначая поверхностное натяженіе при температурѣ t чрезъ S, положить:

$$S=N.\frac{k}{r^n}=\frac{k}{r^{n+1}}, \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; (7)$$

*) Главныя основанія этого пріема принадлежатъ de Heen'у (Etude de phys. comp. p. 118 и Recherches touchant la phys. comp. p. 31. II-me partie), но нѣкоторыя детали мною нѣсколько измѣнены.

гдѣ k есть нѣкоторая постоянная величина.

Съ другой стороны, обозначая объемъ жидкости при 0° чрезъ 1, а при температурѣ t чрезъ V, мы имѣемъ

$$r=k_2 V^{1/3} \text{*)},$$

гдѣ V, согласно съ теоріей расширенія de Heen'a, опредѣляется изъ слѣдующаго уравненія:

$$V=\sqrt[m-1]{\frac{1}{1-(m-1)\alpha t}}, \quad \ldots \ldots \ldots (8)$$

гдѣ мы только вмѣсто α должны, собственно говоря, написать α_s, т. е. коэффиціентъ расширенія поверхностнаго слоя при температурѣ 0°Ц.

Въ § IV мы видѣли, что $m=\frac{n+2}{3}$; подставляя эту величину въ уравненіе (8), мы будемъ имѣть

$$V=\left[\frac{1}{1-\frac{n-1}{3}.\alpha_s t}\right]^{\frac{1}{\frac{n-1}{3}}}$$

или

$$r=k_2\left[\frac{1}{1-\frac{n-1}{3}.\alpha_s t}\right]^{\frac{1}{n-1}}.$$

Отсюда уже окончательно

$$S^{\frac{n-1}{n+1}}=C\left[1-\frac{n-1}{3}.\alpha_s t\right].$$

Мы видѣли также, что теорія расширенія de Heen'a даетъ $n=5$ **).
Подставляя, получимъ:

$$S^{2/3}=S_0^{2/3}[1-{}^4/_3.\alpha_s t], \quad \ldots \ldots \ldots (9)$$

гдѣ мы написали $S_0^{2/3}$ вмѣсто C, потому что постоянная C опредѣляется очевидно изъ того условія, что при $t=0$, S должно быть равно S_0, т. е. поверхностному натяженію при температурѣ тающаго льда ***).

Такъ какъ α есть, вообще говоря, очень малая величина, то, возводя обѣ части уравненія (9) въ степень $^3/_2$ и разлагая правую часть въ

---

*) См. теорію расширенія de Heen'a въ § IV.

Это конечно не совсѣмъ строго, потому что r внутри жидкости иное, чѣмъ у ея поверхности.

**) А не $n=7$, какъ принимаетъ самъ de Heen.

***) Оригинальная формула de Heen'a отличается отъ этой только тѣмъ, что показатель у S равенъ не $^2/_3$, а 0,571, и S_0 принято равнымъ 1.

рядъ по биному Ньютона, мы получимъ, пренебрегая членами съ α_s^2, α_s^3 и т. д., слѣдующее выраженіе для поверхностнаго натяженія S:

$$S=S_0(1-2\alpha_s t)\ldots\ldots\ldots\ldots(10).$$

Эта формула показываетъ намъ, что измѣненіе поверхностнаго натяженія происходитъ дѣйствительно прямо пропорціонально температурѣ.

Опредѣливъ изъ опытовъ ходъ измѣненія S съ температурой, легко опредѣлить отношеніе α_s къ α_{15}, т. е. отношеніе коэффиціента расширенія поверхностнаго слоя къ коэффиціенту расширенія центральной массы жидкости, соотвѣтствующаго напримѣръ 15° Ц. *). De Heen говоритъ, что естественно предполагать, что это отношеніе остается постояннымъ для различныхъ жидкостей. Это въ дѣйствительности и подтверждается наблюденіями, при чемъ отношеніе α_s къ α оказывается приблизительно равнымъ 2, т. е. коэффиціентъ расширенія поверхностнаго слоя почти вдвое *больше* коэффиціента расширенія центральной массы соотвѣтствующей жидкости, какъ это и слѣдовало именно ожидать, въ виду того обстоятельства, что у самой поверхности жидкости молекулярное давленіе K меньше, чѣмъ на глубинѣ, а потому среднее удаленіе молекулъ вблизи поверхности должно быть на самомъ дѣлѣ нѣсколько больше, а слѣдовательно и плотность самой жидкости соотвѣтственно меньше.

Теоретической разработкой вопроса объ измѣняемости поверхностнаго натяженія жидкостей съ температурой занимался также Eötvös **), при чемъ, исходя изъ соображеній, сила которыхъ заключалась въ разсматриваніи жидкостей въ соотвѣтственныхъ состояніяхъ, онъ пришелъ къ весьма любопытной зависимости между поверхностнымъ натяженіемъ, температурой и, такъ называемымъ имъ, молекулярнымъ объемомъ жидкостей. Этотъ послѣдній терминъ требуетъ нѣкотораго поясненія. Здѣсь подъ словомъ молекулярный объемъ подразумѣвается не самый объемъ молекулы, а объемъ всей массы жидкости, дѣленный на число заключенныхъ въ немъ молекулъ, т. е. объемъ или пространство, отведенное въ среднемъ каждой отдѣльной молекулѣ. Во избѣжаніе недоразумѣній Sutherland ***) и предлагаетъ называть этотъ послѣдній объемъ молекулярнымъ округомъ (molecular domain) въ отличіе отъ настоящаго объема самой молекулы.

Легко видѣть, что этотъ молекулярный округъ, который мы обозначимъ чрезъ w, пропорціоналенъ отношенію изъ молекулярнаго вѣса μ и плотности жидкости $\triangle$.

Дѣйствительно, пусть въ данномъ объемѣ жидкости V заключено N молекулъ. Тогда, обозначая истинную массу каждой отдѣльной молекулы чрезъ m, мы будемъ имѣть, что вѣсъ всей жидкости P будетъ равенъ

$$Nmg=V\triangle g=P.$$

А отсюда

$$w=\frac{V}{N}=\frac{m}{\triangle}.$$

*) α_{15} почти равно α_0 для большинства жидкостей.

**) Wied. Ann. 27. p. 448. 1886.

***) Phil. Mag. 27 p. 30. April. 1889.

http://vofem.ru

Но истинная масса молекулы пропорціональна тому, что въ химіи называютъ молекулярнымъ вѣсомъ, т. е. пропорціональна μ.

Слѣдовательно

$$w = k\frac{\mu}{\triangle}, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (11)$$

гдѣ k для всѣхъ тѣлъ имѣетъ очевидно то-же самое численное значеніе.

Составивъ произведеніе изъ поверхностнаго натяженія S на w, возведенное въ степень двухъ третей, Eötvös нашелъ на основаніи теоретическихъ соображеній, что отношеніе безконечно-малаго приращенія произведенія

$$\alpha w^{2/3}$$

къ соотвѣтствующему безконечно-малому приращенію температуры есть величина постоянная, независящая отъ температуры и сохраняющая для различныхъ жидкостей то-же самое постоянное численное значеніе.

То есть

$$\frac{d(Sw^{2/3})}{dt} = C, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (12)$$

гдѣ C не зависитъ ни отъ температуры, ни отъ свойствъ самой жидкости.

Этотъ любопытный результатъ нисколько не противорѣчитъ тому, что мы раньше говорили объ измѣняемости поверхностнаго натяженія съ температурой; напротивъ того уравненіе (12) представляетъ собою нѣкоторымъ образомъ обобщеніе предыдущаго простого закона прямой пропорціональности.

Дѣйствительно, мы видимъ изъ уравненія (12), что въ виду постоянства величины C, произведеніе $Sw^{2/3}$ должно выражаться линейною функціей температуры. Слѣдовательно

$$Sw^{2/3} = C(t_1 - t), \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (13)$$

гдѣ t_1 выражаетъ собою температуру, при которой $Sw^{2/3}$ должно быть равно нулю. Изъ наблюденій надъ алкоголемъ, углекислотой и эфиромъ Eötvös нашелъ, что t_1 почти совпадаетъ съ критической температурой соотвѣтствующей жидкости, какъ это и слѣдовало именно ожидать.

Замѣняя w въ уравненіи (13) соотвѣтствующей величиной изъ уравненія (11), мы получимъ:

$$S = c'\triangle^{2/3}(t_1 - t) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (14)$$

При обыкновенныхъ температурахъ плотность жидкости, т. е. $\triangle$, остается почти постоянною, и слѣдовательно S будетъ убывать дѣйствительно почти пропорціонально температурѣ; но уравненіе (14) показываетъ намъ вмѣстѣ съ тѣмъ, что этотъ законъ на самомъ дѣлѣ лишь только приближенный, такъ какъ при болѣе высокихъ температурахъ поверхностное натяженіе, благодаря именно присутствію множителя $\triangle$, должно убывать значительно быстрѣе, такъ какъ коэффиціентъ расширенія жидкостей при высокихъ температурахъ растетъ весьма быстро вмѣстѣ съ температурой.

Уравненіе (12) не только даетъ намъ интересную и общую зависимость между температурой и поверхностнымъ натяженіемъ для одной и той-же жидкости, но оно имѣетъ вмѣстѣ съ тѣмъ и очень важное значеніе для сравнительнаго изученія капиллярныхъ постоянныхъ различныхъ жидкостей, къ которому мы теперь и перейдемъ *).

Мы видѣли, что

$$\frac{d(Sw^{2/3})}{dt}$$

остается постояннымъ для различныхъ жидкостей. Такой любопытный результатъ интересно подтвердить на примѣрахъ, а потому мы и приведемъ въ слѣдующей таблицѣ нѣсколько чиселъ для различныхъ жидкостей.

Названіе жидкости.	Предѣлы темпер.	$\frac{d(Sw^{2/3})}{dt}$.
Эфиръ ($C_4H_{10}O$)	Отъ 6° до 62° Ц.	0,228
"	" 62 — 120 "	0,226
"	" 120 — 190 "	0,221
Хлороформъ (Cl_3CH)	" 20 — 60 "	0,230
Сѣроуглеродъ (CS_2)	" 22 — 78 "	0,237
Сѣрнистый ангидридъ (SO_2) .	" 2 — 60 "	0,230

Лучшаго подтвержденія закона Eötvös'a и желать трудно.

Сравнительнымъ изученіемъ поверхностнаго натяженія различныхъ жидкостей занимались очень многіе ученые, какъ напримѣръ: Valson, Wilhelmy, Quincke, Schall, Bartoli и Stracciati, R. Schiff и другіе. Особеннаго вниманія заслуживаетъ въ этомъ отношеніи работа R. Schiff'a **), но въ разборъ этихъ работъ и разныхъ законовъ, предложенныхъ тѣмъ или другимъ изслѣдователемъ, мы здѣсь входить не можемъ, такъ какъ это увело-бы насъ слишкомъ далеко.

---

*) О вліяніи давленія на величину поверхностнаго натяженія много говорить не приходится.

Hannay (Proc. of the Royal Soc. of London 31 p. 520 1881) сдавливалъ надъ жидкостью не растворяющійся въ ней газъ и замѣтилъ при значительныхъ давленіяхъ небольшое уменьшеніе поверхностнаго натяженія. Этотъ результатъ можно было до нѣкоторой степени предвидѣть. Дѣйствительно, мы знаемъ изъ другихъ наблюденій, что присутствіе посторонняго газа можетъ нѣсколько понизить критическую температуру жидкости. Теперь изъ приближенной формулы $S=S_0(1-kt)$, дающей уменьшеніе поверхностнаго натяженія съ температурой, слѣдуетъ, что $t_1=\frac{1}{k}$ должно соотвѣтствовать критической температурѣ жидкости. Но такъ какъ присутствіе посторонняго газа понижаетъ критическую температуру, то k въ этомъ случаѣ должно быть нѣсколько больше, т. е. при тѣхъ-же температурахъ поверхностное натяженіе жидкости въ присутствіи сжатаго газа должно быть нѣсколько меньше.

**) Lieb. Ann. 223. p. 47. 1884. Beibl. VIII. p. 457. 1884. Beibl. IX. p. 559. 1885.

Отдавая и здѣсь преимущество раціональнымъ теоретическимъ изысканіямъ, мы разсмотримъ только теорію Van der Waals'a *).

Мы уже видѣли въ началѣ этого § [формула (2)], что

$$H=\varepsilon\rho K$$

или

$$S=2\varepsilon\rho K$$

Въ эту формулу входитъ величина радіуса сферы молекулярнаго дѣйствія ρ. Относительно него можно дѣлать различныя предположенія. Исходя изъ ньютоновской точки зрѣнія, т. е. допуская дѣйствіе на разстояніи, можно-бы было принять, что ρ для всѣхъ тѣлъ сохраняетъ то-же самое численное значеніе.

Такимъ образомъ по этой первой гипотезѣ

$$\rho=C=\mathrm{Const.} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (I)$$

Другая основная гипотеза допускаетъ проявленіе молекулярныхъ силъ только при непосредственномъ соприкосновеніи частицъ. Въ этомъ случаѣ ρ должно быть пропорціонально линейнымъ измѣреніямъ молекулъ, т. е. пропорціонально корню третьей степени изъ b **).

Такимъ образомъ по второй гипотезѣ:

$$\rho=c'b^{1/3}. \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (II)$$

Посмотримъ же теперь къ чему приводитъ насъ та и другая гипотеза.

Мы видѣли, что въ соотвѣтственныхъ состояніяхъ K пропорціонально критическому давленію p' [форм. (4)].

Принимая ε постояннымъ для всѣхъ тѣлъ, мы имѣемъ по первой гипотезѣ:

$$S=kp_1 \text{ ***}), \quad \ldots\ldots\ldots \quad (15)$$

т. е. въ соотвѣтственныхъ состояніяхъ поверхностное натяженіе различныхъ жидкостей прямо пропорціонально соотвѣтствующему критическому давленію.

Чтобы вывести слѣдствіе изъ второй гипотезы, надо сначала выразить b въ функціи отъ абсолютной критической температуры T_1 и критическаго давленія p_1. Въ § III, т. е. въ той части этой статьи, гдѣ мы разсматривали критическое состояніе жидкихъ тѣлъ, мы видѣли (см. форм. 8 и 9' въ § III), что

$$p_1=\frac{a}{27b^2},$$

а

$$T_1=\frac{273.8}{27}\frac{a}{b} \text{ ****}),$$

*) Die Continuität etc. p. 165.

**) b въ уравненіи Van der Waals'a представляетъ собою учетверенный объемъ, занимаемый молекулами.

***) k—постоянная величина.

****) $273+t_1=T_1$.

http://vofem.ru

Отсюда слѣдуетъ, что

$$b=\frac{1}{273.8}\cdot\frac{T_1}{p_1}$$

Подставляя, получимъ:

$$\rho=c''\frac{T_1^{1/3}}{p_1^{1/3}},$$

а отсюда уже окончательно

$$S^3=kT_1p_1^2\ .\ .\ .\ .\ .\ .\ .\ .\ .\ .\ (16)$$

То есть въ соотвѣтственныхъ состояніяхъ кубъ поверхностнаго натяженія различныхъ жидкостей прямо пропорціоналенъ произведенію изъ абсолютной критической температуры на квадратъ соотвѣтствующаго критическаго давленія.

Таковы результаты, къ которымъ приводятъ насъ обѣ гипотезы о величинѣ радіуса сферы молекулярнаго дѣйствія. Подвергая обѣ эти теоріи экспериментальной провѣркѣ, т. е. сравнивая вычисленныя по этимъ теоріямъ величины поверхностнаго натяженія съ дѣйствительно наблюденными, Van der Waals не могъ прійти ни къ какому опредѣленному заключенію, такъ какъ ходъ чиселъ не имѣетъ достаточно рельефнаго характера, чтобы можно было окончательно высказаться въ пользу той или другой гипотезы. Только для воды формула (16) несравненно лучше согласуется съ наблюденіями, чѣмъ формула (15). Этого результата было бы однако еще недостаточно для того, чтобы опровергнуть справедливость первой гипотезы, но и другія соображенія приводятъ меня къ тому-же заключенію, что эту гипотезу, по которой радіусъ сферы молекулярнаго дѣйствія принимается для всѣхъ тѣлъ одинаковымъ, нельзя считать достаточно основательной.

Чтобы пояснить это, сравнимъ между собою двѣ формулы (1) и (2), приведенныя въ § V и показывающія вліяніе кривизны поверхности жидкости на упругость ея насыщеннаго пара. Изъ этого сравненія мы видимъ, что поверхностное натяженіе $S=\frac{H}{2}$, дѣленное на квадратъ плотности жидкости $\triangle$, есть только функція отъ радіуса сферы молекулярнаго дѣйствія ρ.

То есть

$$\frac{S}{\triangle^2}=F(\rho)\ .\ .\ .\ .\ .\ .\ .\ .\ .\ .\ (17)$$

Этотъ результатъ интересенъ самъ по себѣ, но для нашей цѣли надо его связать еще съ однимъ эмпирическимъ закономъ, открытымъ Bartoli *) и который оправдывается въ примѣненіи къ цѣлому ряду жидкостей. Обозначимъ теплоемкость жидкости чрезъ γ; Bartoli находитъ, что поверхностное натяженіе, дѣленное на произведеніе изъ теплоем-

*) Nuov. Cim. (3) 6. p. 141. 1879. Также: Journ de Phys. 9. p. 399. 1880. Fortschritte der Physik. 36. p. 233. 1880.

кости на квадратъ плотности есть величина постоянная для цѣлаго ряда жидкостей.

То есть

$$\frac{S}{\gamma\Delta^2}=\text{Const}=k$$

Сравнивая это выраженіе съ формулой (17), мы видимъ, что

$$\gamma=\frac{1}{k}\,F(\rho).$$

То есть теплоемкость жидкости есть функція радіуса сферы молекулярнаго дѣйствія. Но, такъ какъ теплоемкость мѣняется отъ одной жидкости къ другой, то изъ этого уже прямо слѣдуетъ, что и ρ не можетъ быть у всѣхъ тѣлъ одинаково, т. е. первую гипотезу надо въ дѣйствительности считать неосновательной.

Но изъ этого доказательства отнюдь еще не слѣдуетъ, чтобы именно вторая гипотеза была справедлива; мы показали только неосновательность перваго предположенія, но вопросъ, какъ въ дѣйствительности измѣняется величина радіуса сферы молекулярнаго дѣйствія отъ одного тѣла къ другому остается до сихъ поръ далеко еще не выясненнымъ.

На этомъ мы теперь и покончимъ; исчерпать эту обширную и интересную тему, надъ которой въ настоящее время такъ много трудятся и работаютъ, въ какой нибудь единичной статьѣ совершенно немыслимо; пришлось по неволѣ во всемъ предыдущемъ ограничиться только краткими указаніями и ссылками, отъ которыхъ и самое изложеніе главныхъ основаній теоріи жидкостей необходимо должно было страдать нѣкоторою неполнотою. Это станетъ еще болѣе яснымъ, если мы вспомнимъ, что цѣлые важные отдѣлы остались здѣсь совершенно не разсмотрѣнными. Такъ, напримѣръ, не было почти нигдѣ рѣчи ни о теплоемкости, ни о внутреннемъ треніи и пр. Кромѣ того нигдѣ даже и не упомянулось ни слова о новѣйшей, въ высшей степени любопытной и увлекательной, теоріи растворовъ, по которой тѣло, растворенное въ какой-нибудь жидкости, обладаетъ совершенно тѣми-же свойствами, какъ газы, и которое слѣдовательно подчиняется основнымъ законамъ Бойль-Маріотта, Гей-Люссака и Авогадро. Обыкновенное давленіе газовъ замѣняетъ въ данномъ случаѣ такъ называемое осмотическое давленіе. Это замѣчательное открытіе, сдѣланное сравнительно недавно Vant'Hoff'омъ, обѣщаетъ въ будущемъ привести насъ къ весьма важнымъ и интереснымъ теоретическимъ обобщеніямъ *) и указать этимъ совершенно новый путь, по которому съ другой стороны можно будетъ подойти къ теоріи жидкостей.

Во всемъ предыдущемъ изложеніи мы почти вездѣ неявнымъ образомъ допускали, что молекула того-же тѣла въ жидкомъ и газообразномъ состояніи имѣетъ ту же самую массу; но это предположеніе далеко еще нельзя считать доказаннымъ, и существуетъ, наоборотъ, цѣлая школа

*) Нѣкоторыя уже сдѣланы. Найдена, напримѣръ, простая теоретическая зависимость между уменьшеніемъ упругости насыщеннаго пара растворовъ и осмотическимъ давленіемъ.

ученыхъ, которая принимаетъ какъ разъ противоположное, а именно, что жидкая частица представляетъ собою аггрегатъ газообразныхъ Въ нѣкоторыхъ частныхъ вопросахъ теоріи жидкостей справедливость той или другой гипотезы не имѣетъ еще существеннаго значенія, но за то въ другихъ вопросахъ гипотеза объ одномассности жидкой и газообразной молекулы служитъ до нѣкоторой степени основаніемъ, на которомъ зиждятся дальнѣйшія выкладки и соображенія. Представителями этой послѣдней теоріи являются Van der Waals, Clausius, Коноваловъ; аггрегатная-же теорія поддерживается Pictet, de Heen'омъ, L. Meyer'омъ, Raoult, Ramsay, отчасти Надеждинымъ и другими. Мы не станемъ разбирать здѣсь доводовъ, приводимыхъ той и другой стороной въ защиту своей теоріи—вопросъ этотъ еще спорный,—но мы замѣтимъ только, что, какъ совершенно справедливо замѣчаетъ Eötvös, въ нѣкоторыхъ тѣлахъ жидкія молекулы могутъ дѣйствительно представлять собою аггрегатъ газообразныхъ, въ другихъ-же нѣтъ. Такъ, напримѣръ, наблюденія Eötvös'а приводятъ именно къ тому заключенію, что вода и алкоголь состоятъ (въ жидкомъ видѣ) дѣйствительно изъ такихъ сложныхъ газообразныхъ частицъ *), въ противоположность нѣкоторымъ другимъ жидкостямъ, какъ то эфиру и хлороформу. Во всякомъ случаѣ явленіе *физической* диссоціаціи молекулъ есть явленіе, съ которымъ повидимому въ нѣкоторыхъ случаяхъ необходимо надо считаться, и дальнѣйшія успѣхи въ теоріи жидкостей будутъ вѣроятно главнымъ образомъ обусловливаться лучшимъ знакомствомъ съ законами, управляющими образованіемъ этихъ сложныхъ физическихъ частицъ.

Зачаточное состояніе теоріи жидкостей не даетъ намъ пока еще никакого права говорить о раціональной теоріи твердыхъ тѣлъ **). Но нѣкоторыя соображенія заставляютъ насъ предполагать, что, точно также, какъ мы отъ кинетической теоріи газовъ можемъ чрезъ критическое состояніе жидкостей перейти къ раціональной теоріи жидкихъ тѣлъ, точно также, со временемъ, исходя изъ теоріи жидкостей, мы будемъ въ состояніи, слѣдуя тому-же пути, перейти непосредственнымъ образомъ и къ раціональной теоріи твердыхъ тѣлъ. Чтобы такой непрерывный переходъ дѣйствительно могъ совершиться, необходимо, чтобы и у твердыхъ тѣлъ было нѣкоторое соотвѣтствующее критическое состояніе; это значитъ, что каждой жидкости должна быть присуща нѣкоторая вполнѣ опредѣленная температура, выше которой никакими сильными давленіями нельзя заставить жидкость перейти въ твердое состояніе. Разъ такая критическая температура дѣйствительно существуетъ, можно уже совершенно непрерывнымъ образомъ перевести тѣло изъ жидкаго состоянія въ твердое. Дѣйствительно, стоитъ только при температурѣ нѣсколько выше критической сжимать жидкость до тѣхъ поръ, пока она не займетъ объема, соотвѣтствующаго той-же массѣ вещества въ твердомъ состояніи. Если затѣмъ, оставляя объемъ постояннымъ, мы начнемъ

*) Эти заключенія основаны на непостоянствѣ числа C. [см. формулу (12)].

**) Pictet (Synthèse de la chaleur. Genève. 1879; см. также Надеждинъ. Физическія изслѣдованія р. 17), кладя въ основаніе своихъ разсужденій нѣкоторыя болѣе или менѣе правдоподобныя гипотезы, сдѣлалъ попытку вывести теоретическимъ путемъ нѣкоторые законы для твердыхъ тѣлъ.

понижать температуру, то жидкость непрерывнымъ образомъ перейдетъ въ твердое состояніе, при чемъ данный объемъ во все время этого процесса будетъ постоянно заполненъ нѣкоторою, вполнѣ однородною, массою.

Это предположеніе о существованіи критической температуры твердыхъ тѣлъ повидимому оправдывается до нѣкоторой степени новѣйшими изслѣдованіями Amagat *); но въ этомъ направленіи имѣется еще слишкомъ мало матеріала, чтобы можно было уже теперь вывести какое нибудь опредѣленное заключеніе. Надо еще повременить, тѣмъ болѣе, что Amagat, имѣющій для этого въ своемъ распоряженіи необходимыя средства, собирается продолжать эти въ высшей степени интересныя, хотя и трудныя изслѣдованія.

Сказаннаго раньше будетъ однако, я думаю, достаточно, чтобы видѣть, чего мы и здѣсь можемъ со временемъ ожидать отъ всесторонняго изученія критическаго состоянія твердыхъ тѣлъ, и какимъ именно образомъ, слѣдуя этому вполнѣ естественному и раціональному пути, мы можемъ надѣяться со временемъ прійти къ глубокимъ и широко-объемлющимъ выводамъ, затрогивающимъ основные вопросы о свойствахъ и законахъ матеріи. *Б. Голицынъ* (Страсбургъ).

Когда оканчивалась печатаніемъ настоящая статья, въ редакцію былъ присланъ новый трудъ того же автора: Über die Wirkungsweite der Molecularkräfte, отдѣльный оттискъ изъ „Zeitsch. f. phys Chemie.“ Leipzig 1889. Сущность этой замѣтки заключается въ слѣдующемъ.

Въ молекулярной физикѣ обыкновенно предполагается, что двѣ частицы матеріи только тогда оказываютъ дѣйствіе другъ на друга, когда разстояніе между ними меньше опредѣленной весьма малой величины—радіуса сферы дѣйствія. Сколько нибудь точныхъ опредѣленій этихъ величинъ мы, не смотря на цѣлый рядъ работъ, сдѣланныхъ въ этомъ направленіи, не имѣемъ. Эта работа посвящена изученію зависимости радіуса ρ сферы дѣйствія отъ вещества тѣла. Van der Waals даетъ двѣ гипотезы. По первой этотъ радіусъ для всѣхъ тѣлъ одинъ и тотъ же, т. е.

$$\rho = \text{Const.},$$

а по второй гипотезѣ онъ пропорціоналенъ линейнымъ размѣрамъ—діаметру l молекулы, т. е.

$$\rho = l.\text{Const.}$$

Эти двѣ гипотезы ведутъ къ различнымъ теоріямъ капиллярности и даютъ различныя выраженія для поверхностнаго натяженія. Согласно съ первой гипотезой, называя поверхностное натяженіе чрезъ S, а критическое давленіе чрезъ p_1, имѣемъ

$$S = p_1.\text{Const.}, \text{ (см. выше форм. (15))}$$

По второй же гипотезѣ

$$S = (p_1{}^2 T_1)^{\frac{1}{3}}.\text{Const.}, \text{ (см. выше форм. (16))}$$

*) См. C. R. 105, p. 165, 1887.

гдѣ T_1 есть абсолютная критическая температура. Числовыя величины, найденныя Van der Waals'омъ, не рѣшаютъ какая изъ гипотезъ вѣрна.

Выше было показано, что въ первомъ приближеніи удѣльная теплота есть функція ρ, а такъ какъ она ни въ какомъ случаѣ не постоянна, то первая гипотеза должна быть отвергнута. Авторъ вычислялъ зависимость ρ отъ состава тѣла на основаніи изслѣдованій Надеждина о критическомъ состояніи различныхъ эфировъ жирныхъ кислотъ, пользуясь безъ существенныхъ измѣненій методомъ Van der Waals'а. Назовемъ внутреннее молекулярное давленіе чрезъ K, тогда, въ чемъ не трудно убѣдиться,

$$K = c\int_0 \psi(r)dr,$$

гдѣ ψ неизвѣстная функція, выражающая законъ дѣйствія частицъ другъ на друга. Поверхностное натяженіе найдемъ въ видѣ

$$S = a\rho\int_0^\rho \psi(r)dr$$

и потому

$$\rho = \frac{S}{K}\,\mathrm{Const.}$$

Но, какъ было показано выше, въ соотвѣтственныхъ состояніяхъ различныхъ жидкостей молекулярныя давленія ихъ пропорціональны критическимъ давленіямъ, и потому

$$\rho = \frac{S}{p_1}\,\mathrm{Const.}$$

Слѣдовательно для опредѣленія величины пропорціональной ρ надо знать поверхностныя натяженія жидкостей въ соотвѣтствующихъ состояніяхъ, т. е. критическія температуры и, кромѣ того, критическія давленія. Все это становится возможнымъ благодаря работамъ Надеждина, тѣмъ болѣе, что поверхностныя натяженія при двухъ разныхъ температурахъ были опредѣлены для тѣхъ же эфировъ жирныхъ кислотъ еще и Schiff'омъ.

Такъ какъ притяженіе между молекулами зависитъ отъ массъ этихъ послѣднихъ, то надо принимать во вниманіе и измѣненія состава группъ молекулъ при измѣненіи состоянія тѣла. Но въ виду того, что изслѣдованныя Надеждинымъ и Schiff'омъ тѣла представляютъ гомологическій рядъ, авторъ предположилъ, что въ соотвѣтственныхъ состояніяхъ молекулы всѣхъ этихъ жидкостей соединяются въ подобныя группы, и что, слѣдовательно, различныя ρ могутъ быть сравниваемы съ молекулярнымъ вѣсомъ. Произведенныя на основаніи этихъ соображеній вычисленія показали, что съ возрастаніемъ массы молекулъ увеличивается и радіусъ сферы дѣйствія. Предположивъ, что

$$\rho = m^x\,\mathrm{Const.},$$

авторъ нашелъ $x=0,86$—величину весьма близкую къ единицѣ, которую, поэтому, въ первомъ приближеніи можно принять равною единицѣ, такъ что

$$\rho=m.\mathrm{Const}.$$

Строго говоря, нѣтъ такого конечнаго ρ, при которомъ сила, дѣйствующая между молекулами, обратилась бы въ нуль; мы примемъ, поэтому, за ρ такое разстояніе молекулъ, когда сила между ними равна нѣкоторой весьма малой (произвольной) величинѣ E.

Вообще мы можемъ положить, что сила F между двумя молекулами пропорціональна произведенію ихъ массъ m на нѣкоторую функцію разстоянія $f(r)$, такъ что

$$F=m^2 f(r)\ \mathrm{Const.},$$

тогда

$$E=m^2 f(\rho).\mathrm{Const}.$$

Положимъ теперь, какъ обыкновенно принимають, $f(r)=\frac{1}{r^n}$ тогда

$$E=\frac{m^2}{\rho^n}\mathrm{Const.},$$

отсюда

$$\rho=m^{\frac{2}{n}}.\mathrm{Const}.$$

Но мы видѣли, что

$$\rho=m.\mathrm{Const.},$$

слѣд.

$$n=2,$$

т. е. малѣйшія частицы матеріи, молекулы, притягиваются другъ къ другу по закону Ньютона, т. е. обратно пропорціонально квадрату разстоянія.

ОТЧЕТЫ О ЗАСѢДАНІЯХЪ ФИЗИЧЕСКОЙ СЕКЦІИ VIII-го съѣзда русскихъ естествоиспытателей и врачей.

Соединенное засѣданіе секцій физики и химіи VIII-го Съѣзда русскихъ естеств. и врачей и общаго собранія Русскаго Физико-Химическаго Общества. (30 дек. 1889 г., 8 час. веч.)

Собраніе было открыто Президентомъ Общества Ѳ. Ѳ. Петрушевскимъ, привѣтствовавшимъ гостей отъ имени Русскаго Физико-Химическаго Общества. Дѣлопроизводителями отдѣленій—химіи, Н. А. Меншуткинымъ, и—физики, П. П. Фанъ-деръ-Флитомъ, были прочитаны краткіе отчеты о дѣятельности обоихъ отдѣленій Общества за 1889 годъ. Были сдѣланы сообщенія:

1) *А. В. Клоссовскій*: „Объ электрическихъ наблюденіяхъ и электрическомъ состояніи осадковъ“. Референтъ изложилъ результаты шестилѣтнихъ наблюденій, производимыхъ при Новороссійскомъ Университетѣ при помощи водяного коллектора и электрометровъ Томсона, при чемъ для наглядности были демонстрированы

собранію прекрасно выполненные рисунки и таблицы. Главнѣйшіе результаты наблюденій могутъ быть выражены въ видѣ слѣдующихъ положеній:

a) Въ ясную и безоблачную погоду потенціалъ опредѣленной точки атмосферы всегда положителенъ;

b) Приближеніе циклона понижаетъ потенціалъ;

c) При дождѣ преобладаетъ отрицательное, а при снѣгѣ положительное напряженіе;

d) Во время грозы происходятъ весьма быстрыя колебанія потенціала въ весьма широкихъ предѣлахъ;

e) Электрическое состояніе осадковъ одноименно со знакомъ водяныхъ капель, вытекающихъ изъ трубки водяного коллектора.

Референтъ обратилъ особенное вниманіе на то, что столь важный элементъ метеорологіи, какъ электрическое состояніе воздуха, до настоящаго времени изученъ весьма мало, въ виду чего является крайне желательнымъ систематическое веденіе электрометрическихъ наблюденій.

2) *И. М. Чельцовъ:* „О давленіяхъ и работахъ при взрывахъ пироксилина и пикриноваго пороха". Давленія газовъ, на основаніи измѣреній при подводныхъ взрывахъ помощію манометровъ-крешеровъ при плотностяхъ больше единицы, именно таковы, какихъ нужно ждать на основаніи давленій, опредѣленныхъ при плотностяхъ 0,1—0,3, и выражаются упрощеннымъ уравненіемъ состоянія Клаузіуса

$$p=\frac{RT\triangle}{1+b\triangle}$$

гдѣ $\triangle$—плотность заряженія, а b—постоянная величина, характеризующая объемъ частицъ.—Работы обоихъ взрывчатыхъ веществъ по непосредственному опыту таковы, что, считая измѣненіе состоянія газовъ адіабатнымъ, должно заключить объ отсутствіи диссоціаціи при получающихся температурахъ и давленіяхъ.

Послѣ закрытія засѣданія, происходившаго въ актовомъ залѣ университета, изъ всего собранія однимъ изъ Петербургскихъ фотографовъ была снята моментальная фотографія при магніевой вспышкѣ. *Ш.*

(*Прод. слѣд.*)

Отчеты о засѣданіяхъ ученыхъ обществъ.

Засѣданіе Русскаго Физико-Химическаго Общества въ Спб. 30-го Января 1890 года.

Предсѣдатель Общества проф. Ѳ. Ѳ. Петрушевскій внесъ на разсмотрѣніе Общества предложеніе VIII-го съѣзда Естествоиспытателей и Врачей, объ устройствѣ при Рус. Физ.-Хим. Обществѣ особаго бюро для провѣрки метеорологическихъ инструментовъ. Для выработки устройства и правилъ бюро, выбрана коммиссія въ которую вошли г.г. Боргманъ, Брауновъ, Воейковъ, Гезехусъ, Егоровъ, Лермантовъ.

Н. Н. Хамантовъ показалъ опытъ Изарна, изслѣдованіе строенія струи жидкости.—Сосудъ, изъ котораго вытекаетъ жидкость, ставится на конденсаторѣ опрокинутой катушки Румкорфа. Первичная катушка соединялась съ аккумуляторомъ, а вторичная съ Гейслеровой трубкой.—Вслѣдствіе дрожанія индукціоннаго прибора колебаніе струи и прерывчатый свѣтъ трубки гармонируютъ другъ съ другомъ и зрителю кажется, что шарики струи остановились. Хамантовъ показалъ, кромѣ того, фотографіи, полученныя со струи во время освѣщенія электрической искрой; тѣнь капель непосредственно проектировалась на свѣточувствительной бумагѣ Истмена.—Фотографируя, при тѣхъ же условіяхъ, высыпающійся порошокъ (licopodium), докладчикъ получилъ снимки сходные со снимками жидкихъ струй. *О. Стр.* (Спб.)

Матем. Отд. Новор. Общ. Естествоиспыт. по вопр. эл. мат. и физики. Одесса. 19 Января 1890 года.

И. В. Слешинскій сдѣлалъ сообщеніе о „дробяхъ“. Референтъ сообщилъ, что имъ сгруппированы всѣ теоремы и опредѣленія изъ теоріи цѣлыхъ чиселъ, какія онъ считаетъ нужнымъ предпосылать ученію о дробяхъ. Для того чтобы придать большую строгость доказательствамъ, ни одно заключеніе не дѣлалось безъ ссылки на одну изъ предыдущихъ формулъ. Сообщеніе представляетъ разработку ученія Grassman'a, въ основаніи котораго лежитъ опредѣленіе дроби, какъ частнаго, происшедшаго отъ дѣленія числителя на знаменателя.

На просьбу собранія референтъ изъявилъ согласіе напечатать свое сообщеніе.

И. Занчевскій (Одесса).

Уставъ Физико-Математическаго Общества при Императорскомъ Университетѣ Св. Владиміра *).

§ 1. Физико-математическое Общество при Императорскомъ Университетѣ Св. Владиміра имѣетъ цѣлію содѣйствовать разработкѣ и распространенію физико-математическихъ наукъ, а также способствовать установленію правильныхъ взглядовъ на ихъ преподаваніе.

Примѣчаніе. Учредителями сего Общества считаются лица, подписавшія первоначальный проектъ устава, а именно: М. П. Авенаріусъ, Б. Я. Букрѣевъ, М. Ю. Ващенко-Захарченко, В. П. Ермаковъ, И. И. Рахманиновъ, П. Э. Ромеръ, Г. К. Сусловъ, М. Ѳ. Хандриковъ, Н. Н. Шиллеръ, Э. К. Шпачинскій.

§ 2. Общество состоитъ изъ членовъ почетныхъ и дѣйствительныхъ, какъ городскихъ, такъ и иногородныхъ.

§ 3. Почетными членами Общества избираются извѣстные ученые и лица, оказавшія содѣйствіе развитію наукъ и дѣятельности Общества.

§ 4. Каждый изъ профессоровъ и преподавателей физико-математическаго факультета Университета Св. Владиміра есть дѣйствительный членъ Общества, буде на принятіе этого званія изъявитъ желаніе.

§ 5. Кандидаты въ почетные и дѣйствительные члены предлагаются письменно въ очередныхъ собраніяхъ Общества двумя или болѣе почетными или дѣйствительными членами и избираются въ слѣдующемъ собраніи закрытою баллотировкою простымъ большинствомъ голосовъ.

*) Утвержд. г. Мин. Нар. Просв. 26-го ноября 1889 г.

§ 6. Дѣлами Общества завѣдуетъ Распорядительный Комитетъ, состоящій изъ Предсѣдателя Общества, двухъ его товарищей, Секретаря и Казначея.

§ 7. Распорядительный Комитетъ избирается изъ дѣйствительныхъ членовъ закрытою баллотировкою, большинствомъ голосовъ, въ особомъ засѣданіи, для этого назначенномъ.

Предсѣдатель Общества избирается на два года; остальные члены Распорядительнаго Комитета избираются на одинъ годъ.

§ 8. Три члена Распорядительнаго Комитета, въ числѣ коихъ должны быть Предсѣдатель и одинъ изъ его товарищей, избираются всегда изъ числа профессоровъ Университета Св. Владиміра. Комитетъ собирается Предсѣдателемъ или по требованію трехъ его членовъ. Рѣшенія постановляются большинствомъ голосовъ, въ числѣ коихъ должно быть не менѣе трехъ членовъ Комитета.

§ 9. Собранія Общества, въ коихъ обсуждаются и рѣшаются дѣла особой важности, какъ-то избраніе членовъ общества и Распорядительнаго Комитета, проэкты измѣненія устава, расходованіе суммъ Общества, считаются дѣйствительными въ присутствіи не менѣе половины всѣхъ городскихъ членовъ. Если въ одномъ изъ такихъ засѣданій Общества не будетъ рѣшенъ вопросъ по недостаточному числу членовъ, то въ слѣдующемъ затѣмъ засѣданіи онъ рѣшается большинствомъ наличныхъ членовъ.

§ 10. На Распорядительномъ Комитетѣ лежитъ обязанность руководить дѣлами Общества, входить въ сношеніе съ другими обществами и учрежденіями, завѣдывать библіотекою общества и изданіемъ его трудовъ.—Предсѣдатель наблюдаетъ за исполненіемъ устава Общества, дѣлаетъ распоряженія о печатаніи и выпускѣ въ свѣтъ его изданій. Предсѣдатель же или, за его отсутствіемъ, одинъ изъ его товарищей, открываетъ и закрываетъ засѣданія и руководитъ порядкомъ оныхъ. Секретарь ведетъ протоколы и переписку Общества. Казначей завѣдуетъ кассою Общества, и наблюдаетъ за порядкомъ поступленія и расходовъ.

§ 11. Засѣданія Общества бываютъ очередныя и неочередныя. Одни очередныя засѣданія имѣютъ своимъ предметомъ обсужденіе научныхъ темъ общепонятнаго характера; другія очередныя засѣданія посвящаются темамъ, болѣе труднымъ и спеціальнымъ. Въ тѣхъ и другихъ очередныхъ засѣданіяхъ выслушиваются и утверждаются протоколы предыдущихъ засѣданій, читаются и обсуждаются рефераты изъ различныхъ областей физико-математическихъ наукъ, а также обзоры успѣховъ знанія по упомянутымъ областямъ наукъ, составляемые по

порученію Общества его членами, обсуждаются методы преподаванія различныхъ частей физико-математическихъ наукъ и т. п. Неочередныя засѣданія собираются по предложенію Распорядительнаго Комитета или членовъ Общества (не менѣе десяти). Сроки очередныхъ засѣданій обсуждаются на опредѣленный промежутокъ времени въ одномъ изъ собраній Общества и могутъ быть назначены ежемѣсячными или болѣе частыми, смотря по развитію научныхъ силъ Общества и накопленію матеріала. Распорядительный Комитетъ имѣетъ право контролировать, распредѣлять и регулировать научный матеріалъ, подлежащій обсужденію Общества.

§ 12. Дѣйствительные члены Общества вносятъ въ его кассу ежегодно по три рубля. Срокъ уплаты считается для всѣхъ членовъ одинаково съ 1 Января года вступленія въ Общество.—Члены, внесшіе единовременно тридцать рублей, освобождаются отъ ежегодной платы. Почетные члены не обязаны вносить членской платы.

§ 13. Дѣйствительные члены Общества, не внесшіе платы въ теченіи одного срока, считаются добровольно выбывшими изъ Общества и перестаютъ пользоваться правомъ голоса въ его собраніяхъ. По внесеніи же недоимки выбывшіе члены снова вступаютъ въ Общество безъ особой баллотировки.

§ 14. Средства Общества составляются: а) изъ членскихъ взносовъ, б) изъ суммъ, выручаемыхъ отъ изданій общества, в) изъ пособій Университета или Правительства, буде таковыя послѣдуютъ, г) изъ добровольныхъ пожертвованій разныхъ лицъ, д) изъ суммъ, выручаемыхъ съ публичныхъ лекцій.

§ 15. Изданія Общества, какъ состоящаго при Университетѣ, въ силу § 138 общаго устава Императорскихъ Россійскихъ Университетовъ, выходятъ въ свѣтъ безъ предварительной цензуры.

§ 16. Общество имѣетъ право печатать протоколы засѣданій и труды своихъ членовъ въ Кіевскихъ Университетскихъ Извѣстіяхъ по соглашенію съ редакціоннымъ комитетомъ Извѣстій и въ количествѣ печатныхъ листовъ, признанномъ этимъ послѣднимъ за удобное.

§ 17. Общество имѣетъ право устраивать свои засѣданія, а также платныя и безплатныя публичныя лекціи въ зданіяхъ Университета Св. Владиміра по программамъ утвержденнымъ собраніемъ Общества съ одобренія и разрѣшенія подлежащаго начальства въ порядкѣ, установленномъ Высочайшимъ повелѣніемъ отъ 25 Іюня 1883 года.

§ 18. Общество можетъ пользоваться для демонстрацій и опытовъ на засѣданіяхъ и публичныхъ лекціяхъ или для иныхъ научныхъ цѣлей приборами, коллекціями и учебно-вспомогательными пособіями учреж-

деній Университета Св. Владиміра, согласно съ общими Университетскими постановленіями, по соглашенію съ завѣдующими упомянутыми учрежденіями и съ разрѣшенія подлежащаго начальства.

§ 19. Общество имѣетъ свою печать и бланки съ надписью: Кіевское Физико-Математическое Общество.

§ 20. Общество имѣетъ право предлагать и публиковать темы для научныхъ изслѣдованій и задачи на преміи, опредѣленныя Обществомъ, а также выдавать пособія для научныхъ работъ, имъ одобренныхъ.

§ 21. Общество имѣетъ право образовать свою библіотеку и коллекцію инструментовъ и хранить оныя въ зданіяхъ Университета Св. Владиміра, если на то послѣдуетъ разрѣшеніе начальства Университета.

§ 22. Ревизія расходовъ и суммъ Общества производится ежегодно тремя членами по выбору изъ не принадлежащихъ къ Распорядительному Комитету и во всякое время по требованію 10 членовъ Общества.— Въ концѣ года читается отчетъ о дѣйствіяхъ Общества. Капиталъ Общества хранится въ мѣстной конторѣ Государственнаго Банка, въ государственныхъ и гарантированныхъ Правительствомъ процентныхъ бумагахъ.

§ 23. Въ случаѣ закрытія Общества все его имущество поступаетъ въ собственность Университета Св. Владиміра.

§ 24. Общество имѣетъ право ходатайствовать черезъ Совѣтъ Университета Св. Владиміра установленнымъ порядкомъ передъ г. Министромъ Народнаго Просвѣщенія о всѣхъ своихъ нуждахъ и, въ случаѣ надобности, объ измѣненіяхъ въ уставѣ Общества.

ЗАДАЧИ.

№ 14. Даны три палочки длиною въ 5, 9 и 13 цм.; чтобы составить изъ нихъ треугольникъ съ тупымъ угломъ въ 120° пришлось ихъ укоротить, при чемъ отъ 2-ой отрѣзано въ 2 раза больше, а отъ 3-ей— въ 3 раза больше чѣмъ отъ 1-ой. По скольку отрѣзано отъ каждой?

Ш.

№ 15. Въ квадратъ a^2 вписаны 5 круговъ, одинъ центральный и 4 равные по угламъ, при чемъ эти послѣдніе касательны къ первому. Требуется опредѣлить сумму площадей всѣхъ пяти круговъ въ двухъ случаяхъ: 1) когда радіусъ центральнаго круга достигаетъ наибольшаго своего значенія, и 2) когда онъ достигаетъ наименьшаго значенія.

Ш.

№ 16. Какая зависимость должна существовать между коэффиціентами двухъ данныхъ уравненій

$$ax^m+bx^n+c=0$$
$$a_1x^m+b_1x^n+c_1=0$$

чтобы они имѣли общій корень? *Н. Цаатовъ* (Спб.)

№ 17. Черезъ точку A внутри круга O проведена въ произвольномъ направленіи хорда PQ и двѣ окружности O_1 и O_2, касающіяся данной въ точкахъ P и Q. Найти геометрическое мѣсто второй точки B пересѣченія окружностей O_1 и O_2 и доказать, что 1) сумма радіусовъ этихъ окружностей есть величина постоянная и 2) линія ихъ центровъ O_1O_2 проходитъ черезъ нѣкоторую постоянную точку.

Н. Николаевъ (Пенза).

№ 18 Рѣшить систему:

$$x+y+z+t=a$$
$$x^2+y^2+z^2+t^2=a^2-2b$$
$$x^3+y^3+z^3+t^3=a^3-3ab+3a$$
$$xyzt=1.$$

П. Свѣшниковъ (Троицкъ).

№ 19. Доказать, что площадь треугольника равняется периметру ортоцентрическаго треугольника, умноженному на радіусъ круга девяти точекъ. (Заимств.) *П. Свѣшниковъ* (Троицкъ).

РѢШЕНІЯ ЗАДАЧЪ.

№ 431. Рѣшить уравненіе

$$\frac{1+x-\sqrt{2x+x^2}}{1+x+\sqrt{2x+x^2}}=a\frac{\sqrt{2+x}+\sqrt{x}}{\sqrt{2+x}-\sqrt{x}}.$$

Умноживъ числитель и знаменатель первой части на 2, представимъ данное уравненіе въ такомъ видѣ

$$\left(\frac{\sqrt{2+x}-\sqrt{x}}{\sqrt{2+x}+\sqrt{x}}\right)^2=a\frac{\sqrt{2+x}+\sqrt{x}}{\sqrt{2+x}-\sqrt{x}}.$$

Отсюда

$$\frac{\sqrt{2+x}-\sqrt{x}}{\sqrt{2+x}+\sqrt{x}}=\sqrt[3]{a},$$

составляя производную пропорцію, найдемъ

$$\frac{\sqrt{2+x}}{\sqrt{x}}=\frac{1+\sqrt[3]{a}}{1-\sqrt[3]{a}}.$$

http://vofem.ru

Теперь уже легко опредѣлить x,

$$x=\frac{(1-\sqrt[3]{a})^2}{2\sqrt[3]{a}}.$$

С. Блажко и *Н. Соболевскій* (Москва), *Н. Карповъ* (Лубны), *Н Артемьевъ* (Спб.), *А. Р.* (Астр.), *И. Соляниковъ* (Полт.), *Г. Ульяновъ* (Ворон.), *С. Кричевскій* (Ромны). Ученики: I-й С.-Петерб. г. (8) *А. К.*, 2-й Тифл. г. (7) *М. А.*, Вор. кад к. (7) *Н. В.*, Кр. р. уч. (6) *I. Т.*

№ 425. Дано

$$x+y+z=a$$
$$x^2+y^2+z^2=b^2$$
$$x^3+y^3+z^3=c^3,$$

найти

$$x^4+y^4+z^4$$

Очевидно, что

$$x^4+y^4+z^4=(x^2+y^2+z^2)^2-2(x^2y^2+x^2z^2+y^2z^2)=$$
$$=(x^2+y^2+z^2)^2-2[(xy+xz+yz)^2-2xyz(x+y+z)]\ldots\ldots(\alpha)$$

Слѣд. намъ необходимо найти значеніе

$$xy+xz+yz \text{ и } xyz.$$

Возвысимъ первое выраженіе въ квадратъ, тогда, принявъ въ соображеніе выраженіе второе, получимъ

$$xy+xz+yz=\frac{1}{2}(a^2-b^2)\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(\beta)$$

Возведя же въ третью степень выраженіе первое, находимъ

$$(x+y+z)^3=(x^3+y^3+z^3)+3xz(x+z)+3xy(x+y)+3yz(y+z)+6xyz.$$

Прибавимъ къ обѣимъ частямъ $3xyz$, найдемъ

$$xyz=\frac{1}{3}[x^3+y^3+z^3-(x+y+z)^3+3(x+y+z)(xy+xz+yz)],$$

что даетъ, на основаніи (β) и данныхъ выраженій:

$$xyz=\frac{1}{6}(a^3+2c^3+3ab^2).$$

Дѣлая теперь подстановки въ (α), получимъ

$$x^4+y^4+z^4=\frac{1}{6}(a^4+3b^4-6a^2b^2+8ac^3).$$

Н. Николаевъ (Пенза), *П. Трипольскій* (Полтава), *Н. Артемьевъ* (Спб.), *П. Свѣшниковъ* (Троицкъ), *Я. Блюмбергъ* (Ревель), *С. Кричевскій* (Ромны). Ученики: 1-й Спб. г. (8) *А. К.*, Могил. г. (8) *Я. Э*, Ржевск. прогим. (6) *Ал. Арх.*, Курск. г. (6) *В. Х.*

Редакторъ-Издатель **Э. К. Шпачинскій.**

Дозволено цензурою. Кіевъ, 26 Февраля 1890 г.
Типо-литографія Высочайше утвержд. Товарищества И. Н. Кушнеревъ и К°.